Estratto da

C. Bernardi (a cura di), *Atti degli incontri di logica matematica* Siena 7-8-9 gennaio 1982, 15-16-17 aprile 1982, 4-5-6 giugno 1982.

Disponibile in rete su http://www.ailalogica.it

SUL SENSO DEI PRINCIPI D'IDENTITA', NON CONTRADDIZIONE E TERZO ESCLUSO

MICHELE MALATESTA

Siano quattro algebre booleane $\underline{A}=(A,.,+,1,0)$, $\underline{B}=(B,\leqslant',\geqslant,',1,0)$, $\underline{C}=(C,\geqslant',\leqslant,',1,0)$, $\underline{D}=(D,\downarrow,\uparrow,',1,0)$ dove $a\leqslant'b=a.b'$, $a\geqslant b=a+b'$, $a\geqslant'b=a'.b$, $a\leqslant b=a'+b$, $\downarrow ab=a'.b'$, $\uparrow ab=a'+b'$ (Deff. 1-6) e dove $A=B=C=D$.

Studiamo $\underline{A},\underline{B},\underline{C},\underline{D}$ come sistemi linguistici. Siano $\underline{A}=\langle I_1^A,I_2^A,I_3^A\rangle$, $\underline{B}=\langle I_1^B,I_2^B,I_3^B\rangle$, $\underline{C}=\langle I_1^C,I_2^C,I_3^C\rangle$, $\underline{D}=\langle I_1^D,I_2^D,I_3^D\rangle$, dove I_1^A,I_1^B,I_1^C,I_1^D sono i relativi insiemi di segni definiti per elencazione; I_2^A,I_2^B,I_2^C,I_2^D i relativi insiemi di espressioni definite ricorsivamente; I_3^A,I_3^B,I_3^C,I_3^D gli insiemi di identità che soddisfano le relative algebre. Ora se si può stabilire (i) $I_3^A=I_3^B=I_3^C=I_3^D$, allora si danno anche (ii) $I_2^A=_i I_2^B=_i I_2^C=_i I_2^D$ e (iii) $=_i(\underline{A},\underline{B},\underline{C},\underline{D})$, dove il segno $=_i$ esprime la relazione d'identità per intertraducibilità. Ma (i) è possibile per le Deff. 1-6, dunque si danno anche (ii) e (iii).

Poiché il principio d'identità ha un'immagine $(a\leqslant a)$ nell'algebra $\underline{C}$, e un'immagine $(a\geqslant a)$ nell'algebra $\underline{B}$, mentre i principi di non contraddizione e del terzo escluso hanno le loro rispettive immagini nell'agebra $\underline{A}$, definita un'algebra shefferiana come $\underline{S}=(S,|)$, dove $S=A=B=C=D$ e $|aa=a'$, e dove se $|=\downarrow$ allora $\uparrow ab=(\downarrow a'b')'$, o viceversa se $|=\uparrow$ allora $\downarrow ab=(\uparrow a'b')'$, si dimostrano i seguenti metateoremi:

I. <u>Ogni espressione shefferiana, interpretata come for-</u>

mula di logica proposizionale, esprime il senso di uno dei tre principi logici se e solo se esprime il senso degli altri due.

II. Il senso dei tre principi è uno ed uno solo e lo stesso.Cf.MALATESTA [2]

BIBLIOGRAFIA

CARNAP R.[1],Introduction to Semantics and Formalization of Logic,Cambridge,London,1975.

FEIGL H.[1],De Principiis non disputandum?On the Meaning and the Limits of Justification,in M.BLAK(ed) Philosophical Analysis,Ithaca,1950,pp.113-47.

JORDAN Z.[1],The Development of Mathematical Logic in Poland between the Two Wars,in S.MC CALL(ed),Polish Logic:1920-1939,Oxford,1967,pp.346-97.

LINKE P.F.[1],Die mehrwertigen Logiken und das Wahrheitsproblem,in "Zeitschrift für philosophische Forschung",1948,pp.378-98,530-36.

___ [2],Eigentliche und uneigentliche Logik,in "Methodos",1952,pp.165-68.

MALATESTA M.[1],On the principles of identity,non-contradiction and excluded middle in the propositional logic,in "Rassegna di Scienze Filosofiche" 1977,pp.85-89.

___ [2],Sulla formulazione unica dei principi d'identità,non contraddizione e terzo escluso nella logica proposizionale,Quaderni dell'Istituto di Filosofia teoretica dell'Università di Napoli,nn. 9,10,12,aa.aa.1979-81.

SCHOLZ H.[1],In memoriam Jan Lukasiewicz,in "Archiv für mathematische Logik und Grundlagenforschung", 1957,pp.3-18.

SHEFFER H.M.[1],A Set of Five Independent Postulates for Boolean Algebras,with Application to Logical Constants,in "Transaction s of the American Mathematical Society,1913,pp.481-88.