

Estratto da

M. Barra e A. Zanardo (a cura di), *Atti degli incontri di logica matematica*
Volume 5, Roma 6-9 aprile 1988.

Disponibile in rete su <http://www.ailalogica.it>

LOGICA E...

GABRIELE USBERTI
Università di Siena

Un dato di fatto che emerge dalla mia esperienza didattica con studenti di filosofia è che il patrimonio di intuizioni grezze cui è più proficuo fare riferimento per enucleare nozioni fondamentali (come quelle di argomentazione valida, di quantificatore, ecc.) è quello derivante dalla loro competenza linguistica, intendendo con questo termine l'insieme di conoscenze che permette a un parlante di dare giudizi concernenti la propria lingua nei suoi aspetti sia sintattici (grammaticalità delle espressioni, analisi strutturale delle stesse, ecc.) che semantici (significato di certe espressioni, validità intuitiva di un'inferenza, ecc.). In altre parole, un buon punto di partenza è l'analisi logica di enunciati del linguaggio naturale e di argomentazioni costruite con essi.

Ripeto: la mia esperienza è con studenti di filosofia; non escludo che con studenti di matematica possa essere più vantaggioso partire dalle loro competenze algebriche, topologiche, ecc. o dalla loro capacità di 'dimostrare teoremi'. In effetti mi pare che lo studio della logica venga proposto in modi tipicamente diversi nelle facoltà di matematica e in quelle di filosofia, se il modo in cui una disciplina è proposta si può dedurre da come essa si inserisce in un ideale piano di studi. Per quanto ne so, a matematica è una materia piuttosto sofisticata, che fornisce una sorta di specializzazione di competenze acquisite in precedenza. Anche a filosofia non è certo una materia popolare, ma è vero che a uno studente che sceglie un curriculum epistemologico viene spesso consigliato, direttamente o indirettamente, di partire da

un esame di logica. In un caso, insomma, lo studio della logica è proposto come un punto di arrivo, nell'altro come un punto di partenza.

Se è vero che in questo stato di cose si può facilmente vedere il riflesso di concezioni profondamente diverse della logica e dei suoi fondamenti, un'esigenza essenziale mi pare quella di non pronunciarsi, nel momento in cui si programma una didattica della logica, a favore dell'una o dell'altra, al fine di permettere a ciascuna di recare il proprio contributo specifico all'insegnamento della disciplina e anche al suo sviluppo. Non è un generico spirito di tolleranza che mi fa prendere questa posizione, ma la convinzione che la logica abbia effettivamente una natura 'media' tra matematica e filosofia, che questo status ambiguo abbia ragioni profonde di ordine sia storico che teorico (sulle quali non è il caso di soffermarsi in questa sede), e che quindi la logica abbia oggi tutto l'interesse a conservarlo e, anzi, a farne un punto di forza.

Ora, se in un corso introduttivo di logica si prendono come punto di partenza le intuizioni sintattiche e semantiche derivanti dalla nostra competenza linguistica, risulta naturale presentare i linguaggi formali come modelli esplicativi dell'uso del linguaggio naturale. Per esempio, risulterà naturale spiegare la funzione e il significato delle variabili facendo riferimento al fenomeno della pronominalizzazione nelle lingue naturali. Si comincerà quindi con l'osservare che ci sono in italiano due modi profondamente diversi di usare i pronomi; per esempio, l'enunciato

(1) Mario scappa e Luigi lo rincorre

è sinonimo di

(2) Mario scappa e Luigi rincorre Mario,
mentre l'enunciato

(3) Ogni donna è gentile con l'uomo che è gentile con lei
non è sinonimo di

(4) Ogni donna è gentile con l'uomo che è gentile con ogni donna,
sebbene (4) sembri essere ottenuto da (3) esattamente come (2) è ottenuto da (1). A questo punto potremo far vedere come il secondo tipo di pronominalizzazione si spiega mediante l'uso delle variabili vincolate, e in tal modo avremo giustificato la presenza delle variabili in un linguaggio del primo ordine. (Incidentalmente, questo è sostanzialmen-

te il modo in cui il significato delle variabili è spiegato da Frege; cfr. "Introduction to Logic", in Posthumous Writings, p.188.)

Non intendo affatto suggerire, con questo esempio, che partire dal linguaggio naturale sia l'unico modo efficace di spiegare le caratteristiche strutturali dei linguaggi formali. Mi preme invece mettere in evidenza alcuni presupposti da cui scaturisce questo modo di presentare la logica, che ritengo possano essere condivisi come presupposti di una 'buona' didattica. Il primo è che ogni metodologia o nozione introdotta debba essere giustificata, quale che sia la giustificazione che si privilegia. Nel nostro esempio, è una caratteristica strutturale dei linguaggi formali, la presenza delle variabili. In fondo, si tratta semplicemente dell'esigenza di presentare la logica in modo critico, non come un blocco di nozioni e risultati precostituiti, ma come un sistema di risposte a problemi determinati. Invece accade spesso di leggere manuali che presentano i linguaggi formali come se fossero lingue straniere che lo studente deve imparare se vuole 'fare logica'. A volte questo stile dogmatico di presentazione è determinato dal bisogno di passare rapidamente allo studio metamatematico dei sistemi formali. E' un'esigenza che mi sembra assolutamente 'sana' in un corso avanzato, o in un manuale di secondo livello, o in un'impostazione didattica (più 'matematica') che presenta i sistemi formali come oggetti di studio matematico. Ma mi pare che l'altro punto di vista, che collega strettamente la struttura dei linguaggi formali a quella delle lingue naturali, non debba essere trascurato, e che in tale prospettiva si debba accuratamente evitare di ipostatizzare i linguaggi formali. Non è escluso che entrambe le prospettive possano essere salvaguardate con un'articolazione, ormai necessaria, dei corsi di logica in almeno due livelli: introduttivo e avanzato; ma sinceramente non credo che una didattica che insiste sui nessi tra logica e linguaggio naturale e tra logica e filosofia trovi giustificazione solo a un livello introduttivo. Le considerazioni che seguono dovrebbero motivare, almeno in parte, questa mia affermazione.

Il secondo presupposto di una didattica 'buona' è che essa deve contribuire a chiarire in che cosa consiste il punto di vista logico. Due fattori che concorrono in modo essenziale a determinare tale punto di vista sono le idealizzazioni che si giudica opportuno introdurre e

i criteri di adeguatezza che si impongono alla soluzione di ciascun problema.

Quando Frege caratterizza la logica come scienza delle leggi dell'esser vero, egli simultaneamente ne delimita il campo e introduce certe assunzioni idealizzanti destinate ad avere un influsso duraturo sugli sviluppi successivi della logica. Una è che ci siano delle leggi dell'esser vero, cioè che abbia senso far riferimento a un concetto di verità che rimane invariante da un ambito conoscitivo all'altro. Un'altra, ancor più profonda, è che la nozione da porre alla base della logica sia il concetto classico di verità piuttosto che, per esempio, quello di evidenza. Sono due assunzioni non banali, ciascuna delle quali potrebbe, e a mio avviso dovrebbe (a livello didattico), essere discussa. Invece ciò non accade quasi mai; di conseguenza le concezioni costruttiviste della logica, che potrebbero essere introdotte appunto attraverso una problematizzazione di queste assunzioni fregeane, sono trattate (quando lo sono) come un capitolo a parte, specialistico o addirittura bizzarro, della logica. E un'altra conseguenza è che, quando per certi scopi l'uso di una logica costruttiva si rivela essenziale, come in informatica o anche in teoria delle categorie, non si riesce facilmente a spiegarne il perché.

A me pare che soprattutto oggi, e soprattutto a livello didattico, esplicitare le idealizzazioni che la logica compie, e quindi mettere in evidenza i limiti del punto di vista logico, sia un contributo essenziale a un'analisi 'trascendentale' della logica, dalla quale potrebbe trarre nuovo impulso anche lo sviluppo della disciplina stessa. Esempio: se, per motivi che potremmo voler difendere filosoficamente, scegliessimo di fondare un paradigma di validità logica sul concetto di evidenza, la natura intrinsecamente temporale di tale nozione ci indurrebbe a riflettere sulle caratteristiche di un operatore "è evidente all'istante t che A" ($\vdash_t A$). Oggi lo studio di questo operatore costituisce una branca molto specialistica dell'analisi intuizionista, la teoria del soggetto creativo, mentre pensarlo come parte di un'analisi del significato costruttivo delle costanti logiche potrebbe contribuire molto al suo sviluppo, collegandolo con lo studio, sviluppatosi autonomamente, delle logiche temporali.

A proposito dei criteri di adeguatezza di una soluzione: anch'essi sono evidentemente legati a come si concepiscono i limiti della logica. Torniamo all'esempio dei due tipi di pronominalizzazione. Sopra ci siamo lasciati guidare, nell'analisi di (1) - (4), da un criterio di natura semantica: è perché (1) e (2) hanno le stesse condizioni di verità che li traduciamo nello stesso modo nel linguaggio del primo ordine, ed è perché (3) e (4) non hanno le stesse condizioni di verità che li traduciamo diversamente. D'altra parte, abbiamo anche osservato che (3) e (4) sembrano avere la stessa struttura; in effetti - aggiungo adesso - in base a criteri di ordine sintattico (come per esempio la distribuzione relativa di "Mario" e "ogni donna") (3) e (4) hanno la stessa struttura. Frege avrebbe detto che le lingue naturali sono logicamente difettose: "In logica possiamo spesso essere troppo influenzati dal linguaggio, ed è in questo che l'ideografia si rivela utile: essa ci aiuta ad emanciparci dalle forme linguistiche." (*Ibid.*) Sebbene Frege avesse allora le sue ragioni per fare questa affermazione, essa equivale ad assolutizzare un criterio di adeguatezza della traduzione a scapito di altri; è perfettamente legittimo rovesciare l'ordine delle priorità e considerare inadeguata una traduzione fedele semanticamente ma non sintatticamente. In altri termini, si potrebbe rafforzare il criterio di adeguatezza della traduzione richiedendo che venga soddisfatto un requisito di parallelismo tra sintassi e semantica. E questo sarebbe un modo didatticamente efficace di presentare uno degli aspetti essenziali della grammatica di Montague e, ciò che più importa, di metterne in rilievo la connessione con tematiche squisitamente logiche (ciò che di solito non viene riconosciuto).

Se volessimo rispettare il requisito di parallelismo, due enunciati come

(5) Luigi è entrato nella stanza

e

(6) Un uomo è entrato nella stanza

potrebbero essere tradotti pressapoco così in un linguaggio di ordine superiore (semplifico molto rispetto a Montague):

(7) $(\lambda P)P(1)(C)$

(8) $(\lambda P)\exists x(U(x)\wedge P(x))(C),$

dove "l" traduce "Luigi", "U" traduce "uomo" e "C" traduce "corre".
Mi sembra facile fare la previsione che prima o poi traduzioni che soddisfano il requisito di parallelismo interesseranno gli informatici per la possibilità che offrono di meccanizzare il processo di traduzione in un linguaggio di programmazione - processo che, se il linguaggio d'arrivo è quello del primo ordine, è tipicamente 'intelligente'. Ma vorrei insistere sul fatto che, per sostenere che un problema è interessante da un punto di vista logico e quindi merita spazio a livello didattico, non è sempre necessario mettere in evidenza le applicazioni informatiche o matematiche della sua soluzione. Un problema può essere logicamente interessante per se stesso, e per accorgersene è a volte sufficiente coltivare quello che vorrei chiamare (non un'intuizione ma, più modestamente,) un gusto filosofico.

Riassumendo, mi sembra che dovrebbe essere riconosciuto uno spazio opportuno anche a una didattica della logica che sottolinei

- (i) la molteplicità dei legami tra logica e linguaggio naturale;
- (ii) l'utilità di interrogarsi sul punto di vista logico e i suoi limiti;
- (iii) la natura anfibia della logica, disciplina che alligna altrettanto bene nell'aria della matematica quanto nelle acque (auspicabilmente non stagnanti) della filosofia.