

Estratto da

M. Barra e A. Zanardo (a cura di), *Atti degli incontri di logica matematica*  
Volume 5, Roma 6-9 aprile 1988.

Disponibile in rete su <http://www.aialogica.it>

## **LA LOGICA: STORICIZZAZIONE ED APPLICAZIONE NELL'AMBITO DELLA DIDATTICA**

**MAURIZIO CAMPITELLI**  
Scuola media superiore Roma

Da piu' di dieci anni svolgo nel liceo scientifico dove insegno un programma di logica matematica, usando come testo di riferimento delle dispense di Storia della logica edite da questo istituto, che scrissi nel 1975-76 quando mi occupavo di Storia della logica come esercitazione nell'ambito del corso di Storia delle matematiche. Questo lavoro di logica matematica viene svolto nella classe 4a e le sei ore disponibili sono da me ripartite in questo modo: due sono per la fisica, due per la Trigonometria e due per la logica matematica. Dalle tabelle che seguono si puo' comprendere quale sia ed in qual modo viene svolto il programma di logica matematica.

### Prima tabella

Storia della logica ed elementi di logica delle proposizioni

### INTRODUZIONE

L'unita'della cultura attraverso la logica matematica ed  
il metodo matematico formale

### CONSIDERAZIONI PRELIMINARI

I significati della logica attraverso le sue definizioni

## Prima parte

## STORIA DELLA LOGICA

L'introduzione ( L'unita' della cultura attraverso la logica matematica ed il metodo matematico formale) riveste una particolare importanza. In essa indico i metodi necessari e fondamentali che vengono utilizzati nello studio delle varie materie.

Ad esempio, il metodo sperimentale, già noto agli alunni non è una prerogativa utile, scienze naturali, fisiche e chimiche, ma può e deve investire tutti i contenuti: si può studiare un quartiere nel suo spazio e nel suo tempo, raccogliendo documenti, dati economici e demografici, facendo analisi statistiche, ricorrendo ai diagrammi e così via.

Il metodo storico, anch'esso conosciuto dagli studenti, è applicabile in ogni campo, sia esso letterario, scientifico, tecnico ed artistico.

Fino a questo punto i ragazzi assimilano bene i concetti che vengono loro proposti. Le difficoltà sono evidenti invece quando presento il metodo di formalizzazione e mi impegno a far loro comprendere quanto esso sia universale perché ci permette attraverso la riduzione della conoscenza allo schema, alla forma, alla struttura, al simbolo di dominare ed esaurire un ambito di ricerca molto vasto.

Alcuni limiti di apprendimento degli allievi si manifestano quando sostengo che l'aspetto tecnico e rigoroso della formalizzazione è costituito dalla matematizzazione del pensiero o metodo matematico e che uno dei modi migliori per diffondere una conoscenza qualitativa del metodo matematico è rappresentato dalla logica matematica. Essa infatti, sia dal punto di vista dell'estetica matematica - uso dei simboli e schemi -, sia per i suoi contenuti strutture, costituisce un ottimo esempio di metodo matematico formale. Sottolineo, inoltre, che la logica matematica, per le sue applicazioni, interessa diversi indirizzi del pensiero e della ricerca. Cito, ad esempio, l'importanza della logica matematica nel campo dell'informatica.

A questo punto mi fermo e lascio che i ragazzi intervengano con delle domande. Quasi tutti i chiarimenti richiesti riguardano il metodo di formalizzazione e le applicazioni della logica all'informatica. Dopo aver fornito altre spiegazioni, mi riservo di ritornare ad esaminare il concetto di formalizzazione quando verrà trattata la storia della logica e di portarli al laboratorio per le applicazioni pratiche.

COSA SIGNIFICA NELLA PRATICA SCOLASTICA PARLARE DI FORMALIZZAZIONE

Spesso i ragazzi, ultimato il biennio del liceo scientifico, hanno sviluppato buone capacità operative squisitamente tecniche

## Seconda parte

ELEMENTI DI LOGICA  
DELLE PROPOSIZIONI

nel lavoro algebrico, ma c'è poca abitudine da parte loro alla sintesi concettuale e all'astrazione teorica. Lo studio della geometria euclidea, che è un'ottima palestra per l'esercizio del ragionamento in astratto, è poco praticato e spesso trascurato nel biennio.

Nel primo anno del triennio cerco di impostare il normale programma di lavoro abituando gli studenti al ragionamento, alla riflessione all'astrazione teorica alla struttura, allo schema, al simbolo e quindi all'assimilazione indotta di un metodo matematico formale. In questa prassi didattica osservo che i ragazzi stentano ad orientarsi durante almeno i primi mesi dell'anno soprattutto nell'attuare questo salto qualitativo da un lavoro generalmente meccanico ad un maggiore elasticità ed agilità intellettuale. Completata questa operazione di base, è più facile in 4a liceo introdurre il lavoro di logica matematica anche perché gli alunni hanno gradatamente sviluppato un processo di maturazione del pensiero, per cui mentre in 3a il metodo matematico era indotto, in 4a diviene acquisizione cosciente.

## IMPORTANZA DEL METODO STORICO ED INTERESSE DEGLI ALLIEVI

Osserviamo, adesso, la seguente tabella nella quale sono indicati gli argomenti di storia della logica svolti.

Seconda tabella

LA LOGICA ANTICA	ARISTOTELE LA SCUOLA MEGARICA
LA LOGICA DEL MEDIO EVO	ALCUINO P. ABELARDO P. ISPANO G. OCCAM G. BURIDANO TEOREMA DELLO PSEUDO SCOTO
LA LOGICA SIMBOLICA	G.W. LEIBNIZ G. SACCHERI
LA LOGICA DEL XIX SECOLO	G. BOOLE <u>Formalismo</u> G. FREGE <u>Programma logicista</u> G. PEANO <u>Formulario matematico</u> LA SCOPERTA DELLE ANTINOMIE <u>Scuola</u> <u>logicistica</u> GLI INTUZIONISTI <u>Scuola</u> <u>intuizionista</u> IL PROGRAMMA FORMALISTA DI HILBERT <u>Scuola formalista</u>

Nello studio di essa appare importante l'utilizzo del metodo storico già introdotto nella trattazione sia della geometria analitica che della geometria euclidea.

La storia della logica, inoltre, presenta ampi agganci culturali con le discipline umanistiche quali la storia delle letterature o la storia della filosofia come diacronia del pensiero umano.

La storicizzazione della logica ci consente di comprendere che essa si sviluppa attraverso nodi di problematiche fondamentali che i vari autori hanno analizzato ed hanno diversamente risolto. Vengono, infatti, evidenziati circuiti e punti focali di pensiero riguardanti il sillogismo ed i principi aristotelici (identità, non contraddizione, terzo escluso), il problema della non contraddittorietà di una teoria matematica (Teorema dello Pseudo Scoto, Antinomie di Russel), l'importanza del simbolismo (Leibniz e Peano).

Lungo questo percorso evolutivo, il filo rosso è il problema della non contraddittorietà e delle antinomie che ci guida fino al programma formalista di Hilbert.

Si ritorna così alla formalizzazione di una teoria matematica: il punto di partenza logico ed epistemologico del lavoro matematico deve essere un insieme di ipotesi formali, dette assiomi relative ad operazioni, proprietà etc. non importa di quale natura, esistenti tra elementi anch'essi di natura non precisata.

Tale impostazione detta assiomatica, eleva il grado di astrazione del ragionamento così che la matematica diventa sempre meno intuitiva e sempre più astratta.

Il formalismo di Hilbert è inteso, dunque, come concezione sui fondamenti della matematica ed il suo programma, la teoria della dimostrazione, tende alla dimostrazione finitista della non contraddittorietà delle teorie matematiche che devono essere tutte formalizzate.

Ultimata questa parte storica nella prassi della didattica, gli alunni di solito manifestano reazioni positive di interesse e di partecipazione poiché essi avvertono come un ampio discorso storico che si innesta su un argomento matematico, comporti un autocosciente arricchimento culturale.

#### APPLICAZIONI PRATICHE: LA LOGICA AL COMPUTER

La tabella che segue vi mostra quali sono gli elementi di logica delle proposizioni trattati.

#### Terza tabella

	SEMIOLOGICA	Pragmatica Semantica Sintattica
	PROPOSIZIONI E FUNZIONI PROPOSIZIONALI	
	PROPOSIZIONI ELEMENTARI E PROPOSIZIONI COMPOSTE	
	ALGEBRA DELLE PROPOSIZIONI	
ELEMENTI DI LOGICA DELLE PROPOSIZIONI	OPERAZIONI FONDAMENTALI DELL'ALGEBRA DELLE PROPOSIZIONI	
	FORMULE DELL'ALGEBRA DELLE PROPOSIZIONI. FORMULE EQUIVALENTI	
	PROPRIETÀ FONDAMENTALI DELLE PERAZIONI. PRINCIPIO DI DUALITÀ verità	Tablelle di
	L'IMPLICAZIONE	
	REGOLE DEL DEDURRE	Contrapposizione Contapposizione estesa Modus Ponens Sillogismo

Proprio questa fase del lavoro mi consente di portare i ragazzi al laboratorio d'informatica. L'informatica rappresenta, infatti, una occasione da non perdere per inserire degli argomenti di logica; quest'ultima diventa, a sua volta, un punto di raccordo tra la matematica tradizionale e l'informatica. Alcuni programmi eseguiti insieme agli studenti con il computer hanno suscitato sempre, in essi, un notevole interesse. Tra

questi ricordiamo quello che tratta le operazioni logiche fondamentali, quello che rappresenta le tabelle di verità ed il gioco logico realizzato con i diagrammi di Venn in cui compaiono le operazioni logiche di disgiunzione forte ed implicazione.

#### ELEMENTI FINALI DI VALUTAZIONE

Dalla esperienza di laboratorio e da tutto il lavoro svolto precedentemente emergono diversi elementi di valutazione da considerare con estrema attenzione.

Per brevità, vorrei solo sottolineare che, tra i discenti, coloro che solitamente hanno un modesto o scarso rendimento scolastico, reagiscono in maniera eterogenea. Una parte, alquanto esigua, mostra irrilevante partecipazione probabilmente poiché manca di capacità di concentrazione; l'altra parte degli allievi, invece, migliora il proprio rendimento poiché rimane maggiormente coinvolta, scoprendo un aspetto meno arido e schematico della matematica. La logica matematica, infatti, apre notevoli spazi alla creatività ed alla fantasia.

I discenti che normalmente ottengono buoni risultati nello studio della matematica appaiono veramente interessati all'apprendimento della logica. Fra loro potrei distinguere due tipi umani: i teorici cioè coloro che per predisposizione naturale sono inclini al ragionamento astratto ed agli studi filosofici; gli informatici, quelli cioè portati alle applicazioni pratiche e tecniche e quindi all'utilizzo del calcolatore. I primi sono maggiormente coinvolti ed ottengono ottimi risultati nella parte storica del programma, gli altri sono invece più attratti e palesano meglio le loro qualità nella parte matematica o svolta al computer.

Ma entrambi questi tipi umani, sia i teorici che gli informatici, rivelano un autentico entusiasmo intellettuale nello studio della logica. Essi arrivano addirittura a commentare in termini logici delle situazioni che si presentano nello svolgimento del normale programma ed a sostenere che la conoscenza della logica diventa fondamentale ed imprescindibile per distinguere i ragionamenti corretti da quelli errati. Da certe affermazioni eccessivamente radicali bisogna con discernimento saper prendere le dovute distanze cautelative.

Da quel che si è detto si comprende quanto importante sia per i ragazzi la conoscenza della logica matematica e del metodo matematico formale in essa contenuto.

Lo studio della logica matematica e le sue applicazioni al computer ci consentono di fondere mirabilmente i due scopi fondamentali dell'insegnamento: quello utilitaristico e quello formativo. Poiché ogni verità scientifica implica pure una capacità applicativa, la scuola più eminentemente formativa deve sapersi valere delle applicazioni pratiche per suscitare l'interesse dei discepoli meno sensibili alla bellezza della teoria astratta(1).

(1) F. Enriques, Il Periodico ( v. 1 (1921), 6 ).