

Estratto da

Atti degli incontri di logica matematica Volume 6, Siena 28-31 maggio 1989.

Disponibile in rete su <http://www.ailalogica.it>

## UN'ESTENSIONE DELLA MACCHINA DI TURING.

### Abstract.

In questo lavoro si dà una definizione di macchina che è un'estensione di quella data da Turing. Una macchina di Turing in ogni passo del calcolo sceglie tra due possibili istruzioni da eseguire a seconda di quale sia il valore osservato sul nastro. La macchina che qui viene definita è in grado di lavorare oltre che con gli interi anche con numeri particolari, che appartenendo ad un modello valutato booleanamente dell'aritmetica, possiedono questa caratteristica: un numero può assomigliare contemporaneamente e con differenti gradi di verità a interi diversi. Quindi, in generale, il simbolo che la macchina può osservare sul nastro può essere un numero che contemporaneamente assomiglia sia a 0 che a 1, più precisamente è uguale a 0 se si dispone di una certa informazione, mentre è uguale a 1 se si è in possesso di altra informazione. Per questa ragione la macchina per compiere una scelta necessita di una certa quantità di informazione. In questo ambiente si possono dare tre differenti condizioni in cui la macchina si può trovare durante il calcolo:

- 1) la macchina non trova situazioni di incertezza. In questo caso la macchina si comporta come una macchina di Turing;
- 2) la macchina incontra situazioni incerte, ma possiede abbastanza informazione per attuare una scelta. In questo caso la macchina compie una serie di operazioni che sono riducibili ad una opportuna macchina di Turing;
- 3) la macchina non possiede abbastanza informazione per decidere. In questo caso la macchina compie una scelta casuale, e prosegue il calcolo. Si dimostra che ad ogni scelta casuale corrisponde un'estensione propria dell'informazione posseduta dalla macchina. Si vede anche che, una volta terminato il calcolo, se si fa ripartire la macchina con la nuova informazione acquisita, non sono più necessarie scelte casuali e il calcolo viene sviluppato in modo identico dando quindi il medesimo risultato. Nella definizione data, le macchine dispongono di informazione finita.

Due conseguenze seguono immediatamente dalla definizione:

- 1) che le macchine di Turing sono contenute in questa nuova classe di macchine che chiameremo macchine estese;
- 2) che se una macchina estesa non compie scelte casuali le operazioni che compie sono tutte operazioni eseguibili anche con una macchina di Turing.

Risulta anche chiaro che maggiore è l'informazione posseduta da una macchina estesa più è improbabile che si debbano compiere scelte casuali. A questo punto viene naturale chiedersi se fornendo ad ogni macchina estesa una opportuna quantità di informazione non si ritrovi la classe delle macchine di Turing e che quindi la definizione data non si discosti molto da quella classica. Per rispondere a questo quesito è possibile costruire una macchina estesa che ha le seguenti caratteristiche:

- 1) fissato un qualsiasi intero e datolo in input a questa macchina, il calcolo termina compiendo al massimo un numero finito di scelte casuali e quindi utilizzando solo una quantità finita di informazione;
- 2) non esiste però nessun insieme finito di informazioni sufficiente a portare a termine, senza scelte casuali, il calcolo per tutti i numeri interi. Il che significa che se vogliamo che la macchina costruita si riduca ad una macchina di Turing dobbiamo fornirle una quantità non finita di informazione;
- 3) se abbandoniamo l'ipotesi che le macchine estese abbiano a disposizione solamente una quantità limitata di informazione e ipotizziamo che la macchina ora costruita possa disporre di tutta l'informazione necessaria a terminare sempre il calcolo senza compiere scelte casuali, allora da questa assunzione di informazione non finita otteniamo una contraddizione.

Quindi se non vogliamo perdere la consistenza non possiamo assumere l'ipotesi di informazione illimitata e di conseguenza la macchina estesa appena costruita non è riducibile ad una macchina di Turing. In questo senso la definizione data è un'estensione propria di quella conosciuta.

BIBLIOTECA	
DIPARTIMENTO DI MATEMATICA	
UNIVERSITÀ DI SIENA	
Registro N.	
Inventario N.	11371810
Colloc.	