Argomentare e dimostrare nella scuola secondaria di primo grado

Francesca Morselli* & **Monica Testera****

* DIMA - UNIGE

** Istituto Comprensivo di Carcare (SV)

Il progetto

Linguaggio e argomentazione

Progetto in collaborazione tra il **DIMA**-Dipartimento di Matematica dell'Università di Genova e USR nel quadro del Piano Nazionale « **Lauree Scientifiche** » (MIUR)

Il progetto
Linguaggio e argomentazione

Stretta collaborazione scuola-università

Continuità verticale (infanzia-primaria-secondaria di I e II grado)

Ove possibile, collaborazione con docenti di discipline diverse

Il progetto
Linguaggio e argomentazione

Progettazione e sperimentazione di attività ad ampio respiro, in campi di esperienza significativi, attorno al "nodo" dell'**argomentazione**

Progettazione e sperimentazione di attività ad ampio respiro, in campi di esperienza significativi, attorno al "nodo" dell'**argomentazione**

Traguardi per lo sviluppo di competenze alla fine della scuola primaria

… Costruisce ragionamenti formulando ipotesi, sostenendo le proprie idee e confrontandosi con il punto di vista di altri

Traguardi per lo sviluppo di competenze alla fine della scuola secondaria di I grado

… produce argomentazioni in base alle conoscenze teoriche acquisite…

Sostiene le proprie convinzioni, portando esempi e controesempi adeguati e utilizzando concatenazioni di affermazioni; accetta di cambiare opinione riconoscendo le conseguenze logiche di un'argomentazione corretta

Progettazione e sperimentazione di attività ad ampio respiro, in campi di esperienza significativi, attorno al "nodo" dell'**argomentazione**

Obiettivi per la terza classe della scuola secondaria di primo grado – ITALIANO

Argomentare la propria tesi su un tema affrontato nello studio e nel dialogo in classe con dati pertinenti e motivazioni valide

Argomentazione come mezzo e come fine

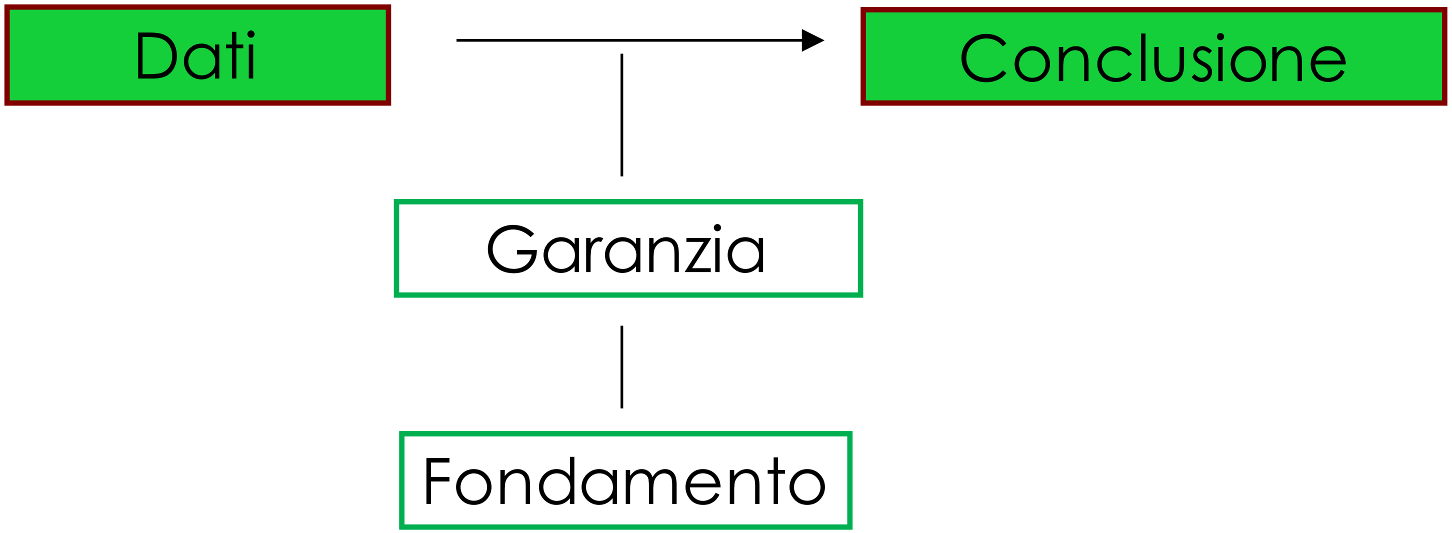
Progettazione e sperimentazione di attività ad ampio respiro, in campi di esperienza significativi, attorno al "nodo" dell'**argomentazione**

- Competenza **trasversale**
- Educazione alla **cittadinanza**
- Costruzione dei **significati**

Progettazione e sperimentazione di attività ad ampio respiro, in campi di esperienza significativi, attorno al "nodo" dell'**argomentazione**

Strumenti per la progettazione e implementazione

Strumenti per l’analisi



S. Toulmin, The uses of argument, 1958

La razionalità si manifesta nell'azione condotta secondo pretese di validità: **un individuo agisce avendo uno scopo e la sua azione è coerente con tale scopo** (tale coerenza deve essere accertabile dall'esterno del soggetto, nel contesto socio-culturale in cui si colloca l'azione).
La razionalità si manifesta nel rendere conto del proprio agire secondo pretese di validità: il soggetto è capace, nella comunicazione con se stesso e con gli altri, di **giustificare le sue azioni mettendole in rapporto con lo scopo da raggiungere**.

J. Habermas, Verità e giustificazione, 2001

Comportamento razionale

Razionalità teleologica

si agisce razionalmente quando si agisce in base ad uno scopo e si persegue lo scopo con mezzi intenzionalmente scelti e messi in opera.

Razionalità comunicativa

si comunica razionalmente quando si ha lo scopo di far condividere all'interlocutore il proprio contenuto di comunicazione e si scelgono consapevolmente i mezzi per rendere efficace la comunicazione

Razionalità epistemica

Un'opinione è razionale quando è possibile motivarla in un dato contesto

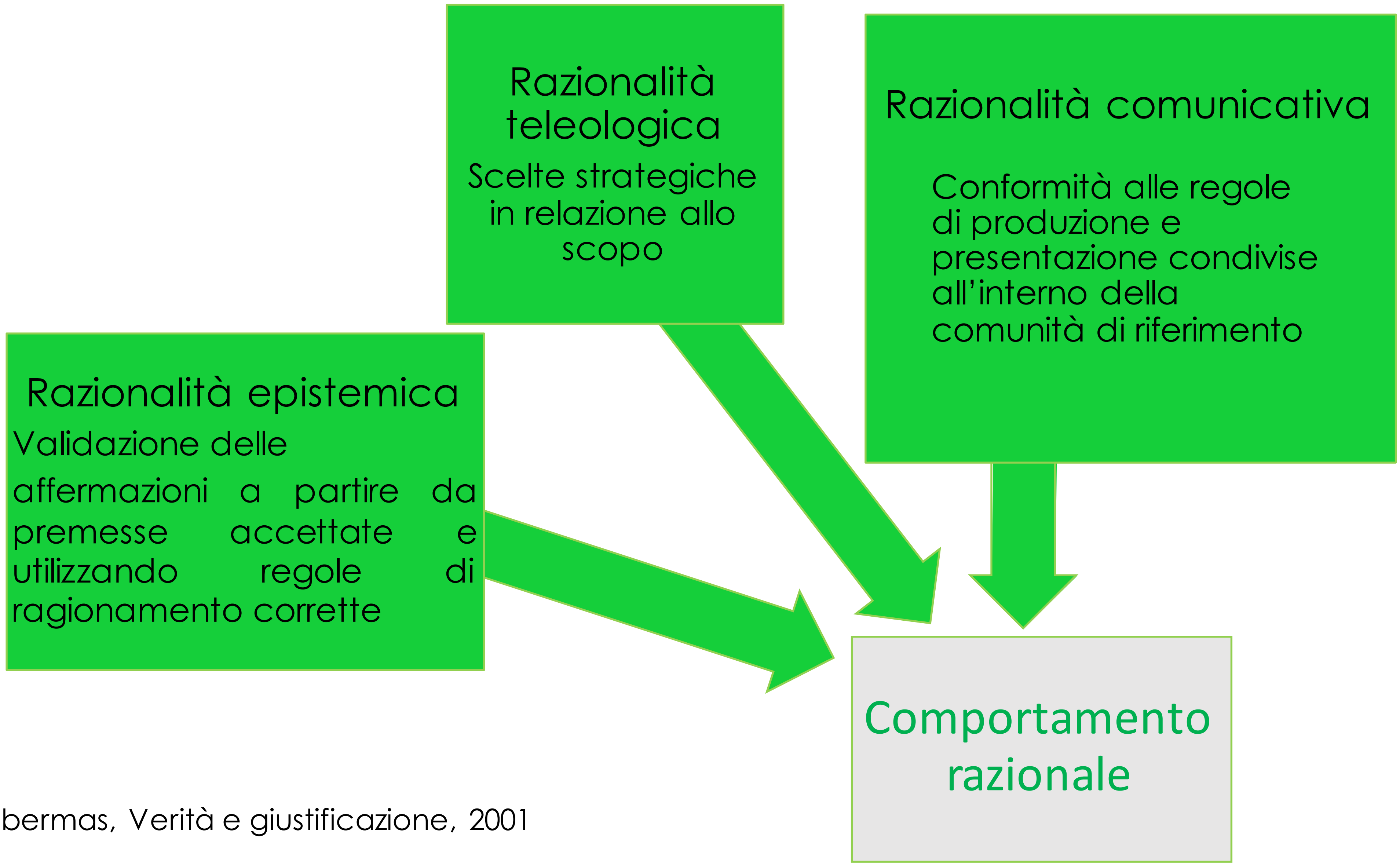
Comportamento razionale

J. Habermas, Verità e giustificazione, 2001

Atteggiamento riflessivo:

- del conoscere, rispetto alle proprie convinzioni e opinioni
- nell'agire rispetto ad un fine
- nel comunicare

Comportamento razionale



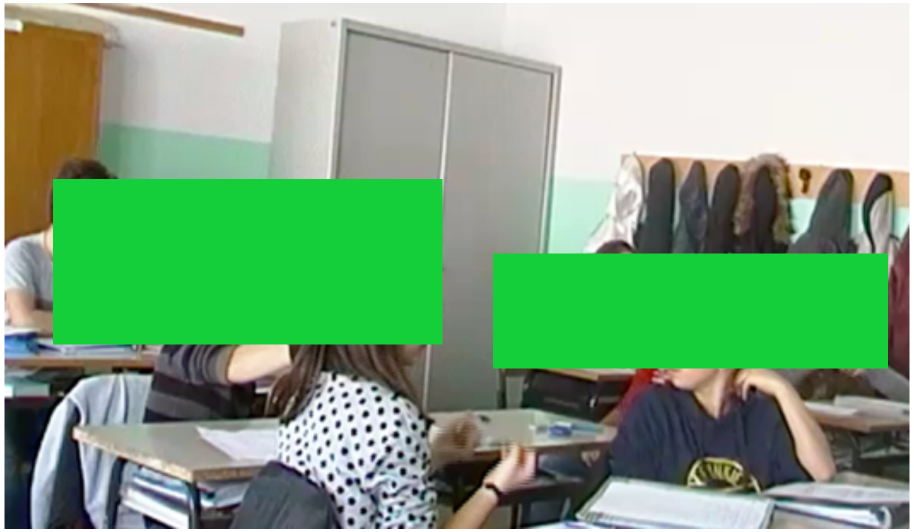
J. Habermas, Verità e giustificazione, 2001

Argomentazione per promuovere il passaggio da una razionalità di tipo "pragmatico" o una razionalità di tipo "teorico"

Comportamento razionale

Che cosa occorre per argomentare?

Possedere **conoscenze** sul contenuto dell'argomentazione



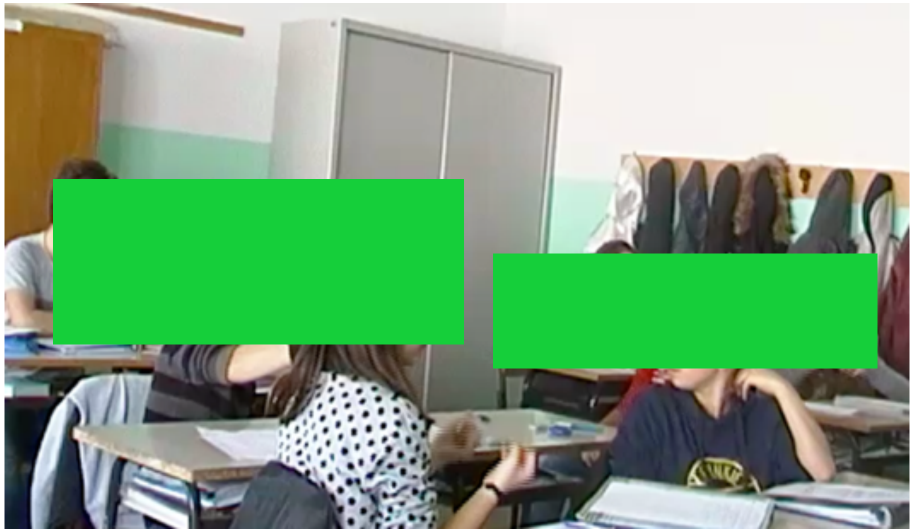
Saper gestire sul terreno **logico** e **linguistico** i passi di ragionamento e la loro concatenazione

Possedere **modelli di argomentazione**

Avere interiorizzato i **valori culturali** insiti nell'argomentazione

Che cosa occorre per argomentare?

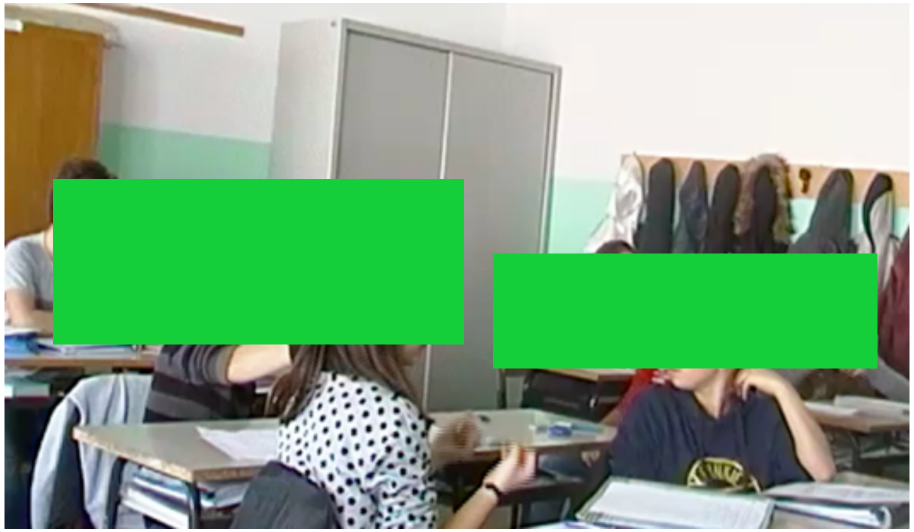
Insieme di atteggiamenti, valori, risorse logico-linguistiche da costruire **progressivamente**



L'argomentare deve diventare una prestazione che si inserisce in **molte attività** in **ambiti disciplinari diversi**

Come promuovere lo sviluppo delle competenze argomentative?

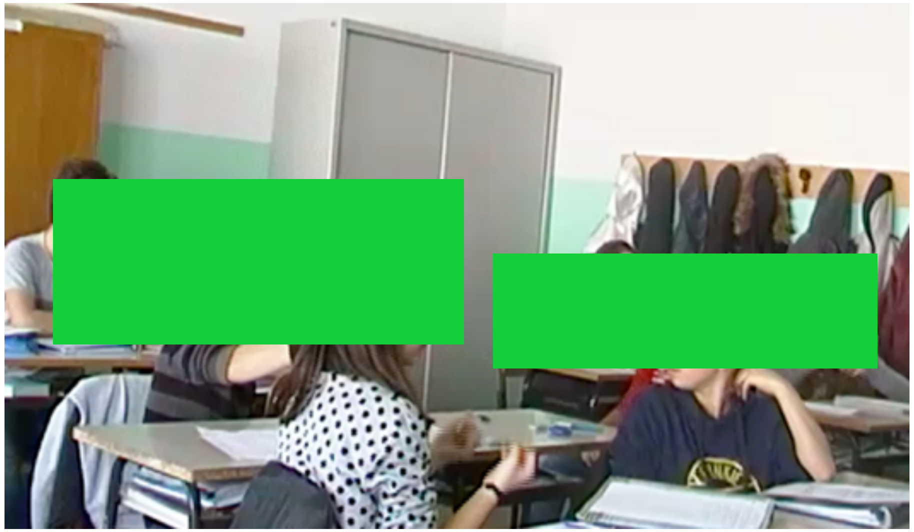
- Formulazione di ipotesi
- Validazione argomentativa



- Confronto di ipotesi
- Confronto di strategie
- Confronto di testi

"Spiega perché", "motiva la tua scelta", "motiva la tua interpretazione", "confronta.... con ...", "valuta aspetti positivi e negativi di..."

Come promuovere lo sviluppo delle competenze argomentative?



Discussione di classe

Lavoro individuale

Lavoro in piccoli gruppi

Argomentare e dimostrare
nella **scuola secondaria di primo grado**

Francesca Morselli* & Monica Testera**

* DIMA - UNIGE
** Istituto Comprensivo di Carcare (SV)

Argomentare e dimostrare
nella **scuola secondaria di primo grado**

Riprendere/consolidare/costruire i **prerequisiti** per l'attività argomentativa

Avvio alla **dimostrazione in matematica**

Dimostrazione come ***oggetto***

Dimostrazione come ***processo***

Avvio alla **dimostrazione in matematica**

Argomentazione di livello meta, sul modo di argomentare e dimostrare

Argomentazione sul contenuto

Avvio alla **dimostrazione in matematica**

Percorsi

di durata medio-lunga, **inserititi nella programmazione annuale**

Prospettiva a lungo termine

- Progressivo **affinamento** dei percorsi
- Possibilità di seguire gli **stessi studenti** su più percorsi e su più anni

Polo di riferimento: l'Istituto Comprensivo di Carcare (SV)

Percorsi di durata medio-lunga, **inseriti nella programmazione annuale**

Prospettiva a lungo termine

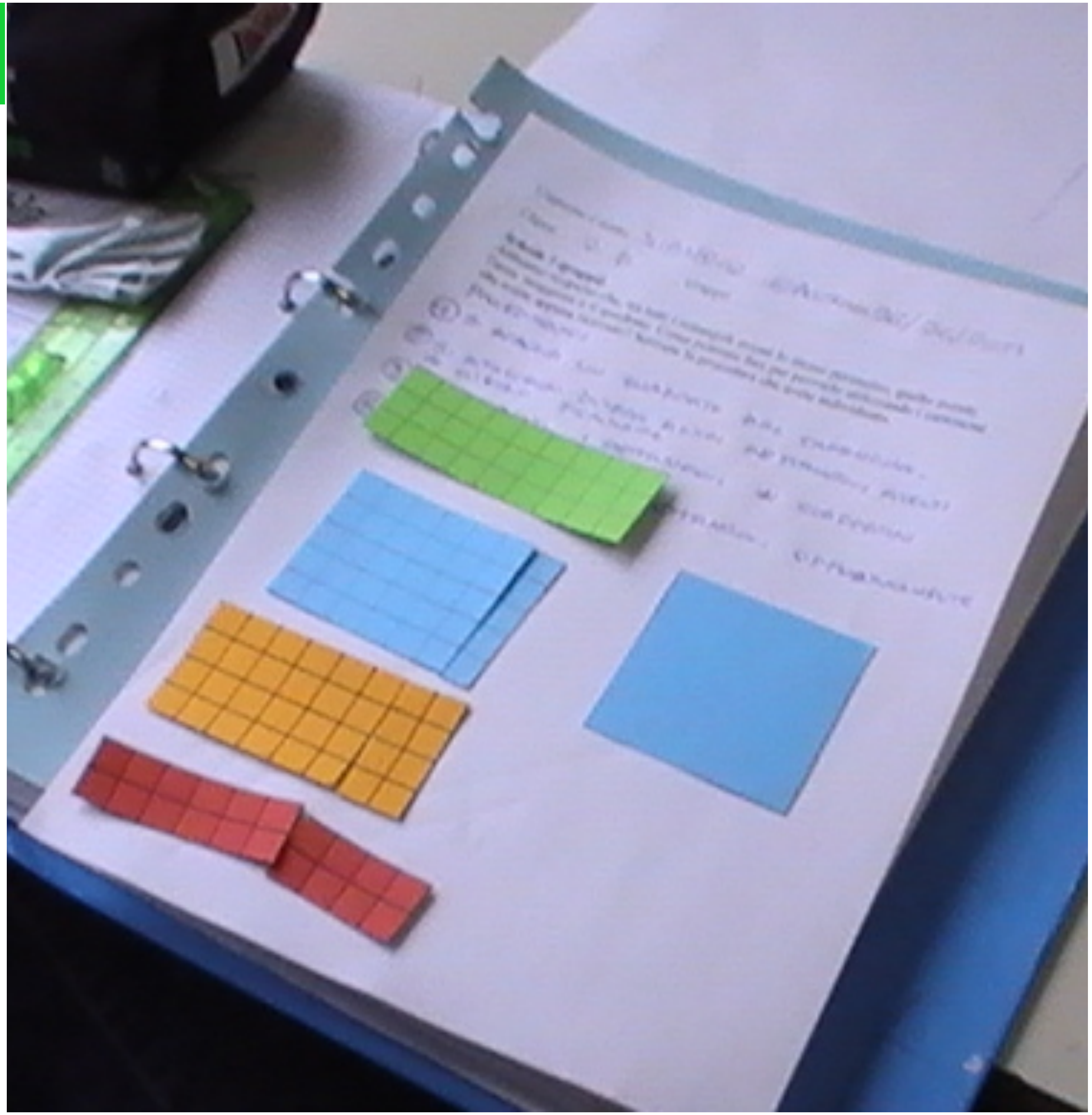
- Progressivo **affinamento** dei percorsi
- Possibilità di seguire gli **stessi studenti** su più percorsi e su più anni

Come si sviluppano le competenze argomentative?

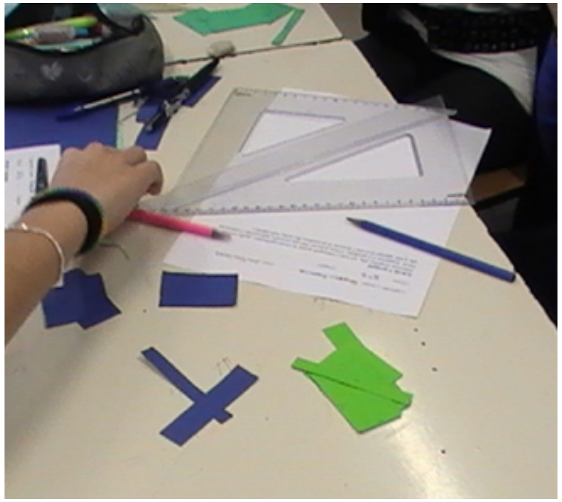
Quale rapporto tra l'argomentazione e la concettualizzazione?

Come promuovere l'avvio al pensiero teorico?

I rettangoli isoperimetrici

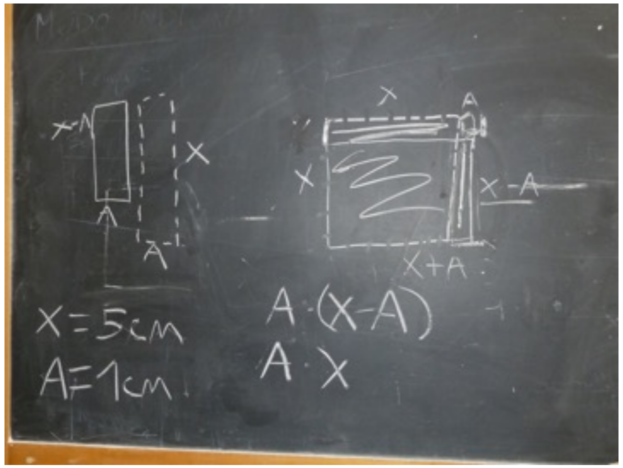


Il percorso



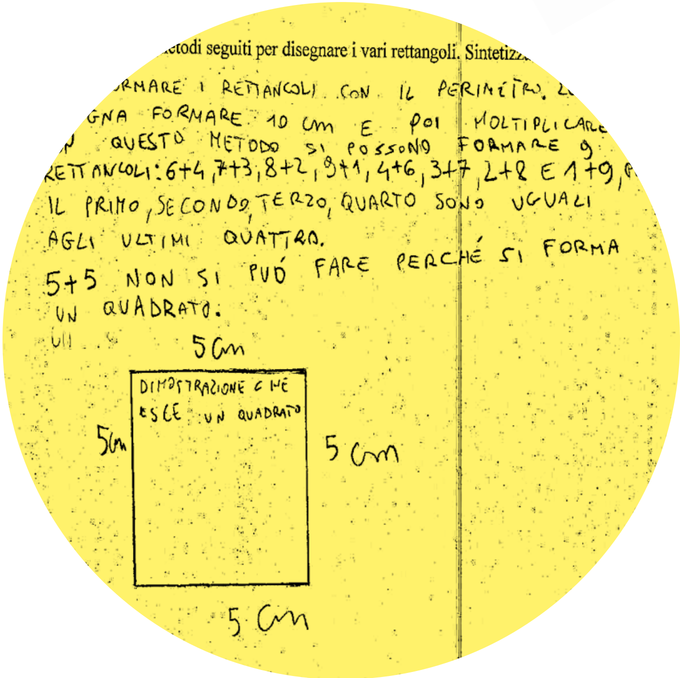
1. Costruzione dei rettangoli (disegnati e col cartoncino)

2. Esplorazione e congettura sull’area massima



4. Dimostrazione (guidata)
5. Ricostruzione individuale della dimostrazione
6. Scheda di bilancio sul percorso effettuato

Le fasi


...etodi seguiti per disegnare i vari rettangoli. Sintetizz...

...RMARE I RETTANGOLI CON IL PERIMETRO, ...
...GNA FORMARE 10 cm E POI MOLTIPLICARE
...N QUESTO METODO SI POSSONO FORMARE 9
RETTANGOLI: 6+4, 7+3, 8+2, 9+1, 4+6, 3+7, 2+8 E 1+9, ...
IL PRIMO, SECONDO, TERZO, QUARTO SONO UGUALI
AGLI ULTIMI QUATTRO.
5+5 NON SI PUÒ FARE PERCHÉ SI FORMA
UN QUADRATO.

5 cm

DIMOSTRAZIONE CHE ESCE UN QUADRATO

5cm

5 cm

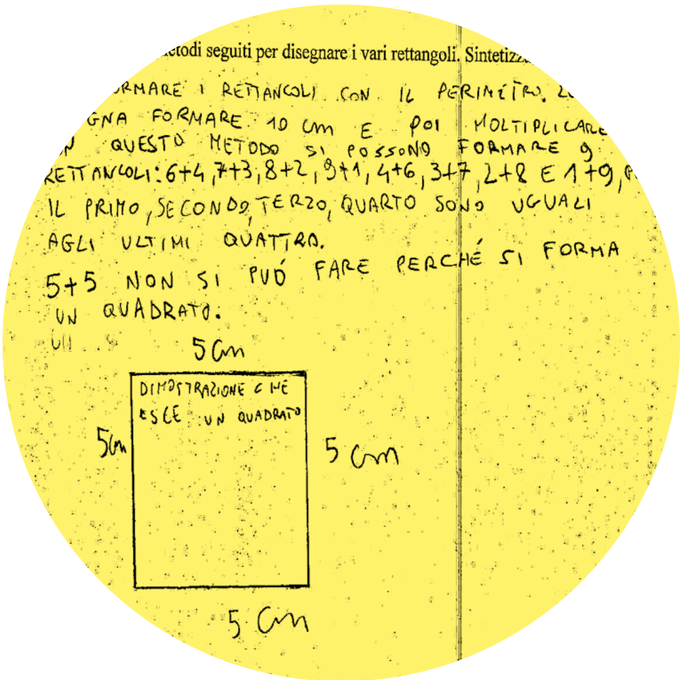
5 cm

- Registri diversi
- Processi diversi (costruzione, congettura, dimostrazione)
- Comportamento razionale

Fase 1 – carta e matita

Individuale:
Disegna quattro rettangoli differenti aventi perimetro 20 cm

A gruppi:
Confrontate i metodi seguiti per disegnare i vari rettangoli. Sintetizzate…

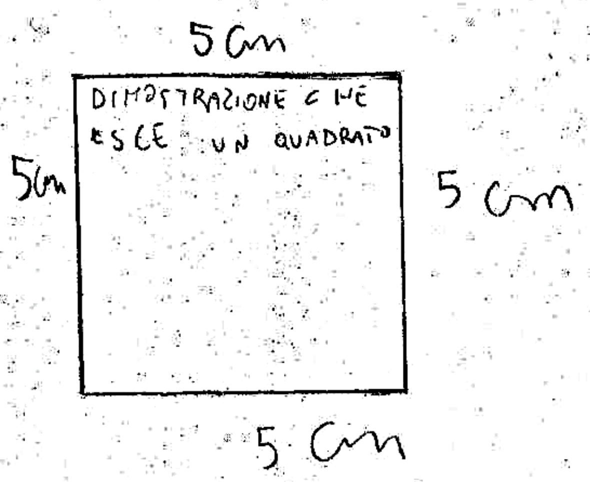


Scheda 2 (gruppi)

1. Confrontate i metodi seguiti per disegnare i vari rettangoli. Sintetizzate:

PER FORMARE I RETTANCOLI CON IL PERIMETRO 20 CM BISOGNA FORMARE 10 CM E POI MOLTIPLICARE ×2. CON QUESTO METODO SI POSSONO FORMARE 9 RETTANCOLI: 6+4, 7+3, 8+2, 9+1, 4+6, 3+7, 2+8 E 1+9, PERÒ IL PRIMO, SECONDO, TERZO, QUARTO SONO UGUALI AGLI ULTIMI QUATTRO.

5+5 NON SI PUÓ FARE PERCHÉ SI FORMA UN QUADRATO.



5+5 non si può fare perché si forma un quadrato

A scuola abbiamo calcolato tanti modi per trovare 20 cm. di perimetro.
Uno è quello con i numeri decimali: 8,2+1,8=10x2=20
Un altro è quello di aggiungere una cifra e toglierla dall'altra: 7+3=10 x2=20 questo calcolo si può fare
+1 -1
8+2=10 anche con +2 e -2, +3 e -3 e avanti così. Poi bisogna moltiplica il risultato, cioè 10, x2 e quindi il risultato viene 20. Abbiamo trovato t[illegible] numeri e gli abbiamo trasformati [illegible] lettere: 6+4=10=6+1+4-1=7+3=10·2=20
N+S+M-S=Z+P=B·2=20

A scuola abbiamo calcolato tanti modi per trovare 20 cm di perimetro. Uno è quello con i numeri decimali: 8,2+1,8=10 10*2=10
Un altro è quello di aggiungere una cifra e toglierla dall'altra:
7+3=10
8+2=10
Anche con +2 e -2, +3 e -3 e avanti così [...]

Abbiamo trovato tantissimi numeri e li abbiamo trasformati in lettere [...]

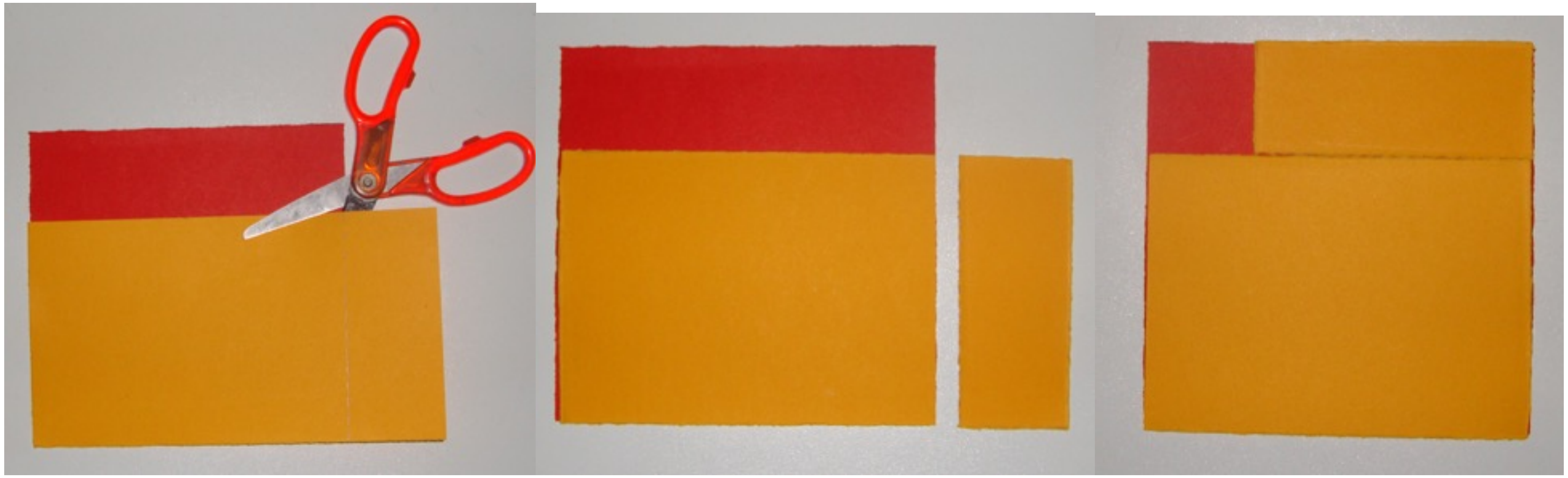
Fase 2 - cartoncini

Individuale:

Tutti i rettangoli che avete disegnato hanno lo stesso perimetro: rettangoli di questo tipo si dicono rettangoli isoperimetrici. Che cosa puoi dire delle loro aree? Sono tutte uguali?

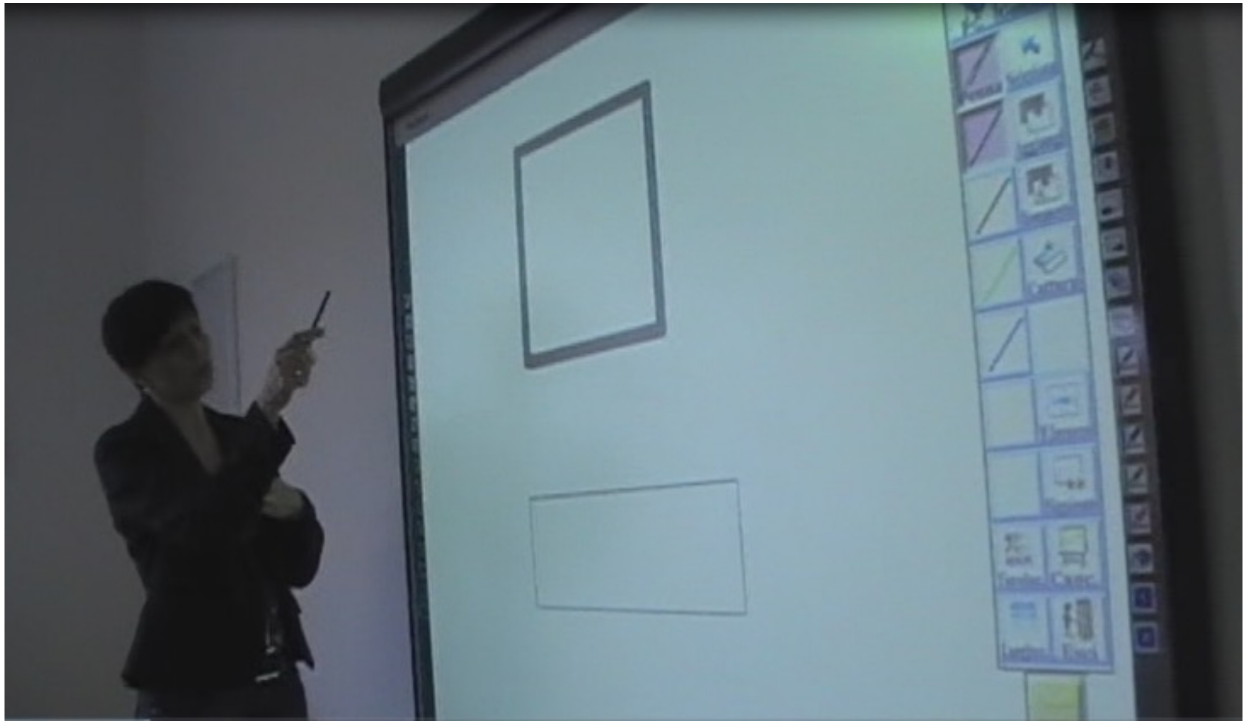
A gruppi:

Tra tutti i rettangoli aventi lo stesso perimetro, quale pensate sia quello con l'area maggiore? Come avete fatto a capirlo?



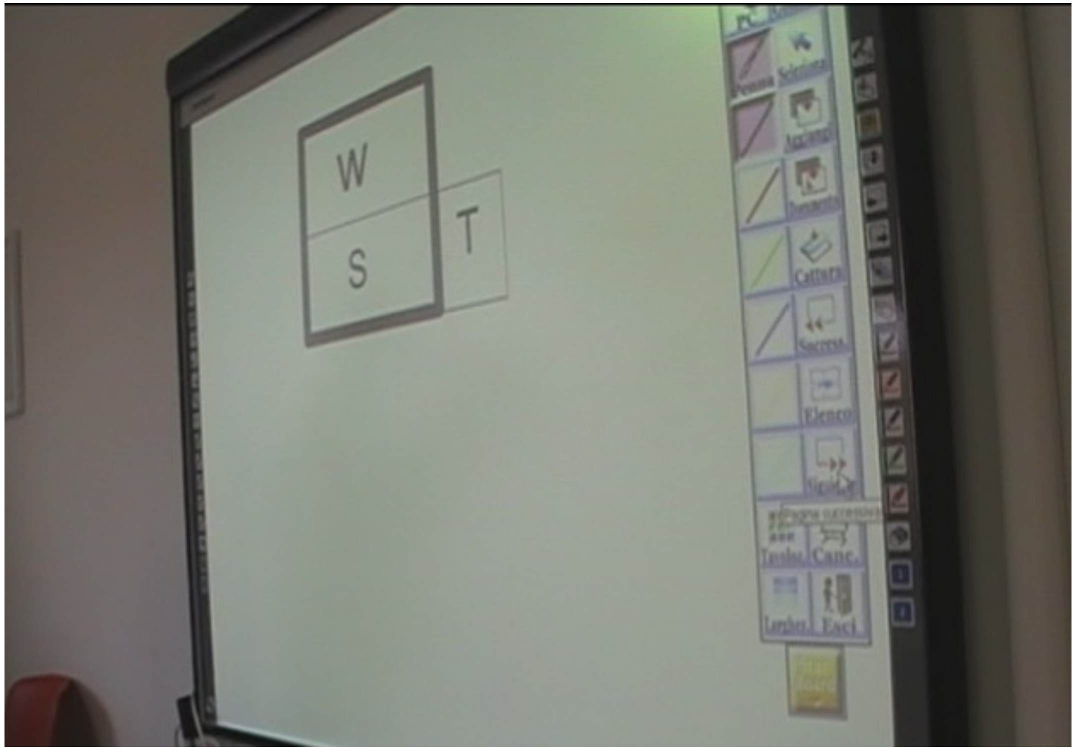
… dopo averli tagliati li abbiamo sovrapposti, vedendo poi che avanzava sempre un pezzo tra una figura e l'altra. Questo mi ha fatto capire che se quel pezzo che si avanza lo si tagliava poteva fare parte della figura. E che quel pezzo che non avanzava si metteva "in comune" con l'altra figura. Io e il mio gruppo abbiamo anche messo in scala dal più piccolo al più grande. E abbiamo notato che se continuavamo diventava più piccolo e sottile, o viceversa più stretto ma con l'area grande. E abbiamo notato che si forma un quadrato e tratto conclusione che il quadrato è un tipo particolare di rettangolo.

Fase 3 – dimostrazione guidata



Rettangolo generico
Non possono essere utilizzate quelle informazioni dedotte dal disegno che fanno riferimento al particolare rettangolo disegnato (RE)

Fase 3 – dimostrazione guidata



Per confrontare le aree, e' utile sovrapporre rettangolo e quadrato e ragionare sulla parte non in comune (RT)

Ricordo che devo provare che area W > area T.
Allora .....

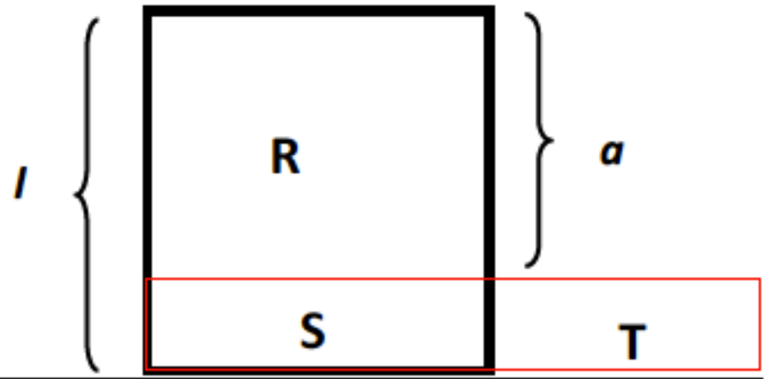
$W = q \cdot h$

$T = (q - h) \cdot h$

é impossibile che area T sia più grande di area W perché l'area T "toglie" un h mentre l'area di W no.

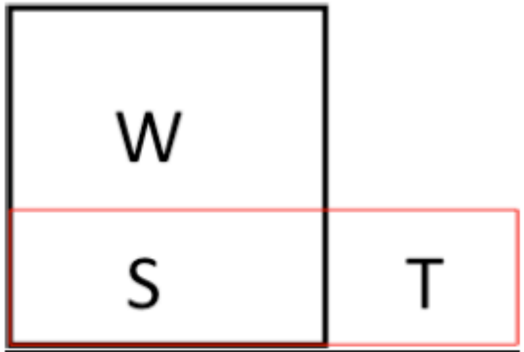
Questo metodo é generale e quindi va bene in tutti i casi (naturalmente se le figure sono ISOPERIMETRICHE).

Fase 3 – dimostrazione guidata

Consideriamo un quadrato e un rettangolo con lo stesso perimetro, così disegnati:  	Costruisco la figura in questo modo perché il mio scopo è… e quindi…
Possiamo osservare che : L'area del quadrato è composta dall'area S e dall'area R: area del **Quadrato** = area S + area R L'area del rettangolo è composta dall'area S e dall'area T: area del **Rettangolo** = area S + area T Osservo che S è in comune.	Ho scomposto le due aree in aree più piccole, R, S e T, perché il mio scopo è… e quindi…
Chiamo l la lunghezza del lato del quadrato, a l'altezza di R. Allora area R = $l \cdot a$	Uso le lettere perché il mio scopo è… e quindi…

- Ricostruzione guidata del processo dimostrativo
- Accento sugli aspetti di razionalità telologica

Fase 3 – dimostrazione guidata

Consideriamo un quadrato e un rettangolo con lo stesso perimetro, così disegnati:  	Costruisco la figura in questo modo, con rettangolo e quadrato sovrapposti, perché il mio scopo è confrontare le aree e quindi scoprire se l'area del quadrato o del rettangolo è quella più grande. Quello di dimostrare che il rettangolo (pur avendo lo stesso perimetro) ha l'area minore del quadrato e quindi sovrapposti cos posso sovrapporre T a W e vedere qual è il maggiore Il mio scopo è di verificare se il quadrato ha l'area maggiore di quella del rettangolo perché se noi il pezzo che avanza del rettangolo lo sovrapponiamo al quadrato non lo riempie tutto vuol dire che l'area del quadrato è più grande di

- Ricostruzione guidata del processo dimostrativo
- Accento sugli aspetti di razionalità telologica

Successivamente: confronto delle ricostruzioni individuali in discussione di classe

Fase 4 – guardarsi indietro

Ripercorrendo le schede fatte sui rettangoli isoperimetrici, puoi osservare che abbiamo lavorato sul problema dei rettangoli isoperimetrici seguendo approcci diversi: disegnando rettangoli su carta, ritagliando rettangoli di cartoncino, disegnando due figure sovrapposte, usando le lettere.

Che cosa puoi dire di questi diversi approcci?

Ti hanno permesso di capire le stesse cose?

Sono stati ugualmente facili da seguire?

Fase 4 – guardarsi indietro

Ripercorrendo le schede fatte sui rettangoli isoperimetrici, puoi osservare che abbiamo lavorato sul problema dei rettangoli isoperimetrici seguendo approcci diversi: disegnando rettangoli su carta, ritagliando rettangoli di cartoncino, disegnando due figure sovrapposte, usando le lettere.

Che cosa puoi dire di questi diversi approcci?

Ti hanno permesso di capire le stesse cose?

Sono stati ugualmente facili da seguire?

Confronto dei diversi metodi a livello meta

Razionalità

Confronto- 1

Vogliono dire tutti la stessa cosa ma in modi diversi, ad esempio vogliono far capire che i rettangoli isoperimetrici al quadrato sono infiniti, ma con il disegno e il ritaglio si capisce di meno perché uno non riesce a disegnarne infiniti, invece con la mente e i numeri si riesce ad andare avanti all'infinito

Evoluzione in termini di generalità – dimensione epistemica

Confronto- 2

Nel 1° approccio ho capito bene cosa voleva dire rettangoli isoperimetrici [...]
Nel 2° approccio ho capito bene qual era il rettangolo con l'area più grande perché sovrapponendo i cartoncini creati da noi un gruppo ha creato un quadrato che è un particolare rettangolo. Abbiamo capito che ha l'area maggiore.
Nel 3° approccio abbiamo specificato meglio perché il quadrato ha l'area più grande [...]

Dalla scoperta alla spiegazione
Accento sulla dimensione teleologica: a che cosa serve ogni approccio

Confronto- 3

Preferisco il terzo approccio anche se era il più difficile. Anche se era più complesso sono riuscita a capire grazie a quello. Ossia il rettangolo che si sovrappone al quadrato con l'avanzo.

Comprensibilità e efficacia

Il primo approccio per me è stato poco utile perché visto che lo facevamo con una misura precisa non so se quello che capisco possa essere applicato su ogni rettangolo, inoltre è stato poco utile perché solo disegnando non si riusciva a vedere niente di particolare e se lo si vedeva lo si notava difficilmente.
Il secondo metodo è stato molto utile perché a tutti è venuta l'idea di sovrapporli per vedere qual era quello con l'area maggiore e si è capito che è il quadrato e anche grazie a una specie di scaletta con il quadrato come punto di partenza e ogni gradino era un rettangolo con base maggiore ma altezza minore del quadrato. Così facendo però non si capisce il perché del fatto che il quadrato è il rettangolo con area maggiore.
Il terzo metodo è stato il più importante perché ha dato una motivazione al fatto che il quadrato è il rettangolo con area maggiore.

Razionalità del dimostrare
Dimensione epistemica e teleologica: generalità e funzione di spiegazione

Il primo approccio per me è stato poco utile perché visto che lo facevamo con una misura precisa non so se quello che capisco possa essere applicato su ogni rettangolo, inoltre è stato poco utile perché solo disegnando non si riusciva a vedere niente di particolare e se lo si vedeva lo si notava difficilmente.

Il secondo metodo è stato molto utile perché a tutti è venuta l'idea di sovrapporli per vedere qual era quello co
maggiore e si è capito che è il quadrato e anche g
specie di scaletta con il quadrato come punto di p
gradino era un rettangolo con base maggiore ma altezza minore del quadrato. Così facendo però non si capisce il perché del fatto che il quadrato è il rettangolo con area maggiore.

Il terzo metodo è stato il più importante perché ha dato una motivazione al fatto che il quadrato è il rettangolo con area maggiore.

Razionalità
dell'esplorare e congetturare,
razionalità del dimostrare

Il primo approccio per me è stato poco utile perché visto che lo facevamo con una misura precisa non so se quello che capisco possa essere applicato su ogni rettangolo, inoltre è stato poco utile perché solo disegnando non si riusciva a vedere niente di particolare e se lo si vedeva lo si notava difficilmente.

Il secondo metodo è stato molto utile perché a tutti è venuta l'idea di sovrapporli per vedere qual era quello con l'area maggiore e si è capito che è il quadrato e anche grazie a una specie di scaletta con il quadrato come punto d
gradino era un rettangolo con base maggiore ma altezza minore del quadrato. Così facendo però non si capisce il perché del fatto che il quadrato è il rettangolo con area maggiore.

Il terzo metodo è stato il più importante perché ha dato una motivazione al fatto che il quadrato è il rettangolo con area maggiore.

La manipolazione di figure prepara la strada alla dimostrazione algebrica

L'uso delle lettere…

[nella parte coi cartoncini] ho capito bene che le figure che hanno lo stesso perimetro non hanno per forza la stessa area. L'ho capito bene perché l'abbiamo dimostrato visivamente senza dover scrivere in lettere la risposta

Con i primi due si ragiona con il disegno invece con il terzo si ragiona con lettere e calcoli cioè con il ragionamento.
Mi hanno permesso di capire le stesse cose perché con il disegno capivi che l'area del quadrato è maggiore di quella del rettangolo e pure con quello con il ragionamento capivi che erano isoperimetrici e il quadrato ha l'area maggiore del rettangolo.
Sono stati facili da seguire perché per me erano interessanti allo stesso modo anche se ho capito di più quello con il ragionamento e con i calcoli

In conclusione…

Approccio "***narrativo***": gli studenti si sforzano di "dare un senso" al percorso

La ***dimensione epistemica*** si lega al diverso statuto dei registri (disegno, figura manipolabile, linguaggio algebrico)

La ***dimensione teleologica*** si lega invece alla diversa funzione dei registri (euristica nei suoi due aspetti: produzione della congettura e produzione della dimostrazione; dimostrativa nei suoi due aspetti di convincimento e spiegazione)

La ***dimensione comunicativa*** si riferisce soprattutto alla comunicazione con se stesso (comprensibilità)

Per concludere…

- Rischio di sminuire l'importanza dei primi due approcci e "imporre" il terzo?

Alcuni studenti però colgono il doppio valore del lavoro su cartoncino: non solo fa scoprire la proprietà, ma prepara la strada alla dimostrazione per via algebrica…

Per concludere…

- La riflessione a livello meta che emerge riguarda non solo la dimostrazione, ma anche l'esplorazione e produzione della congettura
- È importante promuovere una riflessione sulla distinzione tra le diverse razionalità (non solo in termini di finalità, ma anche di statuto del disegno, degli esempi ecc.)


Grazie per l'attenzione!